

数形相合建模型 课堂观察促深度

——以乘法分配律为例

谢峥峥

厦门市民立第二小学, 福建 厦门 361012

摘要: 乘法分配律应用的广泛和教学的难度时常吸引着教师通过各种类型的教学进行探索。文章采用数形结合的方式帮助学生理解算式的含义, 从等式中逐渐发现规律, 形成系统的认识并建立模型, 从而学会应用模型。再借助课堂观测, 从多种角度深度剖析课堂, 在摸索的过程中改进问题设计, 加深学生对规律的理解, 促使学生达到深度学习的目的。

关键词: 数形结合; 模型建构; 乘法分配律; 课堂观察

分类号: G623.5

1 教学思考

乘法分配律是四年级学习的五种运算定律之一, 是变式最多、最难理解与掌握的运算定律, 学生常常将其和乘法结合律混淆, 对乘法分配律比较难理解和叙述, 在运算时主要靠机械的模仿和生搬硬套。而且乘法分配律的形式变化多, 方法灵活, 特别是乘法分配律的运算范围从整数扩大到小数、分数时学生更是无所适从^[1]。教师在初次教学时, 尝试让学生自主利用不完全归纳法, 即经历“计算—观察—总结—验证—运用”的学习过程, 引出规律, 课后做了如下后测练习:

在□里填入适当的数, 在横线上填入所应用的乘法运算定律。

$25 \times 67 \times 4 = 25 \times \square \times 67$, 乘法_____律

$(\square + 29) \times 8 = 125 \times \square + \square \times 8$, 乘法_____律

$125 \times \square + 125 \times 8 = \square \times (192 + \square)$, 乘法_____律

完成情况不甚理想, 尤其是第3小题失误率达到近87%。这使教师意识到只通过简单的观察发现不能让学生理解算式背后的含义, 学生无法真正厘清“分配”的意义, 从而无法突破“相同乘数”的结构特点。

作者简介: 谢峥峥, 本科, 研究方向为课堂观测大数据视角下的小学数学深度教与学行为实践。

文章采用数形结合的方法, 借助直观的几何图形, 从图形面积计算的角度帮助学生强化乘法分配律的结构特点, 探索规律的本质, 走进知识的内核, 真正实现“分配”意义的理解。课后再借助课堂观测方法, 剖析课堂行为, 关注课堂对话深度和质量, 判断课堂提出的问题是否能帮助学生从浅层的记忆理解行为逐渐向高阶思维发展转变, 在分析、评价和创造三个高阶认知层级上是否有所提升和发展, 从而帮助教师改善课堂教学行为, 使学生发展高阶认知, 达到深度学习。基于以上思考, 教师进行了以下教学实践。

2 教学实践

2.1 数形结合, 发现模型

作为数学教师, 要有意识地在解决数学问题的过程中, 搭起数学与生活之间的桥梁, 引导学生用数学的眼光观察生活, 用数学的思维解决现实问题^[2]。

【片段一】

师: 学校预备在孔子雕像前摆花盆, 从图中看到什么信息?

师: 一共有多少朵花? 请尝试列综合算式并在学习单上计算。

教师巡视, 分别请学生说说解题思路。

生1: $6 \times 5 + 4 \times 5 = 50$ (朵), 6×5 表示红花的朵数, 4×5 表示黄花的朵数, 合起来就是所有花的朵数。

生2: $(6+4) \times 5 = 50$ (朵), $6+4$ 表示先求出一行共有10朵花, 5行就是 $10 \times 5 = 50$ 朵花。

师: 这两个算式都能表示一共有多少朵花, 可以用什么符号来连接呢?

师: 刚才求的是花的朵数, 现在如果用(红黄)颜色覆盖这些花圃(两个 7×4 和 5×4 的长方形), 你能求出花圃一共占地多少平方米吗?

请同学汇报交流两个算式的含义: $(1) \times 4 + 5 \times 4$;
 $(2) (7+5) \times 4$

师：这个算式用什么符号连接呢？

借助生活经验，学生展示了两种不同的方法，依托数量关系，初次探索规律的模型。利用希沃软件的拖动功能，直观演示了合并后再求积的方法，为模型的建立提升可视化感观，也为深入理解规律的内涵埋下伏笔。

教师借用现实情境和平面图形的例子使学生脑海中形成乘法分配律模型的雏形，学生有“合”的意识之后，再观察两组形成的等式。学生在观察探索中发现了关键要素即相同的乘数，但这个要素对学生来说印象还不够深刻，因此教师借由一组图形的反例帮助学生加深印象，且在理解的基础上深化了规律的内涵。

【片段二】

(1) 通过观察图形的特征，推出等式。

师：观察两边的算式有什么特点？

学生交流。

师：为什么这个乘数要乘两次？

师：看看这两个图形符合我们发现的规律特征吗？（见图 1）

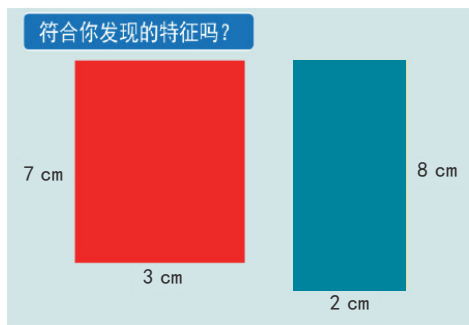


图 1 长不相等的图例

生：不符合，他们合起来算面积会多出底下一小部分，因为长不相同，合起来后不是一个大长方形，就不能用长乘以两条宽的和。

师：如果要符合特征，应该怎么改？

生 1：要有一个相同的数。可以把 8 cm 改成 7 cm。

生 2：还可以把宽变相同，把 3 cm 改成 2 cm。

(2) 通过观察等式的特点，在图中画出图形。

师：如果提供一组等式 $(2+8) \times 7 = 2 \times 7 + 8 \times 7$ ，你们能在方格纸里涂色出符合它特征的图形吗？

数学教学的核心是要让学生掌握数学知识的本质。教师从不同的角度，借助数形结合帮助学生深化模型。学生发现两个没有共同的长或宽的长方形无法“合”成一个大长方形，从而意识到算式要能合起来必须有一个相同的因数。之后再反过来将算式用图形的方式表示，学生有了之前的经验，就能快速知道大长方形

要分成 2 个小长方形，分别是以 2 cm 和 8 cm 为边的小长方形，再观察算式右边都有一个共同的因数 7，自此得出 2 个小长方形分别是以 2 cm、7 cm 和 8 cm、7 cm 为长、宽的长方形。双向操作使学生对相同乘数这个关键要素形成深刻的记忆，没有它便无法运用运算定律，巩固了模型的内涵本质。

2.2 举例验证，理解模型

教学中，只运用数形结合的方法，教学手段比较单一，为了完善学生对规律的理解认识，应让学生多角度地诠释算式的含义，比如从理解乘法意义的角度去掌握算理和算法是一种行之有效的教学策略。在从猜想到验证的过程中，学生真正参与实践、讨论、交流，只有让学生真正走进自己的思维世界，才能将知识融会贯通。

【片段三】

师：刚才通过观察，我们从这几个算式中发现的规律只是我们的猜想，是不是所有的像这样的两个算式结果都会一样呢？请你们举例验证看看，并试着解释为什么一定会相等呢？

生 1：一定会相等， $6 \times 5 + 4 \times 5$ 的意义就是 6 个 5 加 4 个 5，合起来就是 10 个 5，也就是 $(6+4) \times 5$ 。

生 2：如果把这两个算式分开看，其实就两个长方形（长 \times 宽）的面积和。只要能找到他们相同的长（宽），然后把它们合起来，其实就是用长 \times （宽 1 + 宽 2）。

生 3：我觉得 0 这个数比较特殊，所以我用 $0 \times 3 + 1 \times 3$ 举例验证，发现它的结果和 $(0+1) \times 3$ 的结果也是相等的，我还举例了好几个，结果都是相等的。

师：有没有举的例子不符合这个规律的？

生：没有。

师：这是你们伟大的发现，“两个数的和乘以一个数等于两个数分别和这个数相乘再相加”这句话这么长，你能用符号或字母来表示吗？

展示学生作品。

师：你看得懂吗？

著名教育家叶澜教授说过：“掌握包括知识的、方法的和过程的多重意义的结构，是最有效地达到学生学会学习的途径，对学生用综合的眼光去发现和认识解决问题具有基础性作用。”教学时，学生真正动手尝试和交流，能有许多的惊喜发现，不是教师说等式成立就是成立的，通过自己探究和举例验证，学生对等式才有更笃定的认知记忆。同时，说理的过程也锻炼了学生的语言表达能力。他们用自己喜欢的方式理解模型、诠释模型、深化模型，将模型的样子深深刻在

脑海,才能真正掌握定律的本质含义,理解定律的意义。

2.3 说理延伸, 应用模型

数学模型的构建不仅仅是理解它的文字表达及符号化公式,更重要的是把数学模型深深地融入学生的知识体系,并能正确、灵活地运用。模型的应用也是学生最易出错的部分,所以教学中需要展示生活中的各方面事例,对乘法分配律适当地拓展延伸,引导学生在说理交流的过程中,继续提升认识。

例如,对生活中买套装衣服的问题、两位数乘两位数的乘法竖式以及两个数的差乘一个数的问题、多个长相同的长方形求面积和是否也适用等问题进行拓展延伸,这相当于是数学模型的再一次“发芽生长”。甚至有学生提出“是否有除法分配律这一说”的思考,激发了学生探索乘法分配律模型的适用范围的热情,也为之后的变式应用打下基础。

3 课堂观测

著名的生理学家巴甫洛夫在他的研究院门口的石碑上刻着“观察、观察、再观察”的名句,以此强调观察对于研究工作的重要性^[1]。课堂教学行为的改善也同样需要观察。研究者通过观察量表从课堂情境中收集数据,对教师的课堂行为进行分析,才能让教师增强对课堂发生的所有事情的认识,也能让教师进行行动中反思和行动后反思^[4]。可以分别从教师的课堂有效性提问、四何问题、对话深度三个维度观察教师课堂提出的问题,与此类型课的大数据对比,分析教师的课堂行为是否引导学生深度认知学习。

(1) 课堂有效性提问:是对课堂中教师提出的问题和采用的提问策略进行记录和分析的一种聚焦式课堂观察。按照问题解决的思维过程将问题类型划分为常规管理性问题、记忆性问题、推理性问题、创造性和批判性问题五种。通常前三种问题学生容易回答,学生处于低阶认知水平;后两种问题不易回答,学生的思维得到发展锻炼,处于高阶认知水平。

(2) 四何问题:是对课堂中教师所提出的问题的类型进行记录与分析的一种课堂观察方法。分别为何问题、为何问题、如何问题和若何问题四种类型,也就是有明确的、特定的引导语的问题,如“是什么?为什么?怎么样?如果……如何做”。四何问题的分析可以反映教师的问题设计能力,考验教师是否注重学生思维过程,及触发学生深度思考的教学信念。

(3) 对话深度:是课堂观察中聚焦于师生的课堂

对话行为并加以分析的方法。简单地说就是有效的追问频次。

4 结论与反思

分析本堂课的观察数据,得出以下结论:(1)没有批判性问题,忽视了综合与评价的认知目标,不利于提高高阶认知水平;(2)如何问题低于全国常模,缺乏策略性知识的获取;(3)对话深度频次虽高,但问题总数较少,无法让学生实现深度认知。

教师反思了教学设计中的问题,发现问题的指向性不够明确,指向学生的策略性问题偏少,把片段二做了如下修改:

师:每个算式结果都不同,但他们有什么相同之处吗?(创造性问题、深度一)

生:都有乘一个相同的数;左边都有括号,右边没有括号……

师:左边的算式怎么变成右边的算式?(如何问题、深度二)

学生交流。

师:为什么都要乘这个数?请结合图形说一说。(为何问题、深度三)

学生交流。

师:如果是这样的两个长方形,能合成一个大长方形吗?(若何问题、深度四)

生:不可以,因为他们没有共同的边,合起来不是一个规则的图形。

师:如果要能合成大长方形,应该怎么办?(若何问题、深度五)

生:把长变相同,或者把宽变相同。

问题修改后,学生的思维更上一个台阶,学生的思考更有针对性、指向性,创造性。在思考策略解决问题的过程中,通过交流探索、建立模型,达到深度认知。

参考文献

- [1] 陈雅,华丽芳.以几何直观内化运算规律:《乘法分配律》教学与评析[J].教育研究与评论(课堂观察),2021(5):70-75.
- [2] 孙文军.几何直观:促进学生的数学理解[J].数学教学通讯,2021(19):65-66.
- [3] 黄碧怡.基于数学建模的小学数学“乘法分配律”教学设计研究[D].扬州:扬州大学,2021.
- [4] 王陆,张敏霞.基于课堂教学行为大数据的课堂观察方法与技术[M].北京:北京师范大学出版社,2019.